

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ

Α' ΜΕΡΟΣ : ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

1. Δίνονται οι παραστάσεις $A = 3^2 \cdot 4 + 2^2 \cdot 10 - (2 \cdot 10^2) : 5$ και $B = 6 + \frac{2}{3} : \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right)$

- α) Να κάνεις τις πράξεις και να αποδείξεις ότι $A = 36$ και $B = 8$.
- β) Να βρεις το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών A και B .
- γ) Να εξετάσεις αν οι αριθμοί A και B είναι πρώτοι μεταξύ τους.

2. Δίνονται οι παραστάσεις $A = 4 + (3^2 - 144 : 2^4)^{2016}$ και $B = 36 \cdot (12^2 : 16 - 2^3)^{2016}$

- α) Να κάνεις τις πράξεις και να αποδείξεις ότι $A = 4$ και $B = 36$
- β) Ο v είναι φυσικός αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος του $A = 4$.
Ποια μπορεί να είναι τα υπόλοιπα της διαίρεσης $v : A$;
- γ) Να γράψεις τους διαιρέτες του B που είναι περιττοί αριθμοί.
- δ) Να γράψεις τα πολλαπλάσια του B που είναι μικρότερα από το 150.
- ε) Να εξετάσεις αν ο αριθμός $\Gamma = 2 \cdot B + A - 1$, διαιρείται συγχρόνως με το 3 και το 5.

3. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\frac{2}{3} : \frac{4}{3}}{2 - \frac{1}{3}}$ και $B = \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) : \frac{5}{6}$

- α) Να κάνεις τις πράξεις και να αποδείξεις ότι $A = \frac{3}{10}$ και $B = \frac{1}{5}$
 - β) Να εξηγήσεις, γιατί το κλάσμα A είναι μεγαλύτερο από το B
 - γ) Βρες ένα κλάσμα (με όρους φυσικούς αριθμούς) που είναι μεγαλύτερο από το B και μικρότερο από το A .
4. Μια κληρονομιά μοιράστηκε στις 2 κόρες, στους 3 γιους και σε 6 άλλους συγγενείς ως εξής :
- Η κάθε κόρη πήρε το $\frac{1}{8}$ της κληρονομιάς και ο κάθε γιος το $\frac{1}{7}$ της κληρονομιάς. Η υπόλοιπη κληρονομιά μοιράστηκε εξίσου στους 6 άλλους συγγενείς
- α) Να βρεις το μέρος της κληρονομιάς που πήρε ο καθένας από τους 6 συγγενείς.
 - β) Αν ο καθένας από τους 6 συγγενείς πήρε 4800 ευρώ να βρείτε
 - β1) πόσα ευρώ ήταν όλη η κληρονομιά
 - β2) πόσα χρήματα πήρε ο κάθε γιος και η κάθε κόρη

5. Δίνεται το κλάσμα $A = \frac{3^3 + 4 \cdot 2}{8^2 - 2^3}$

α) Να απλοποιήσεις το κλάσμα A μέχρι να γίνει ανάγωγο .

β) Να γράψεις ως ποσοστό επί τοις εκατό τα κλάσματα A και $\frac{1}{A}$

γ) Να συγκρίνεις την τιμή της παράστασης $\frac{7}{8 \cdot A - 3}$ με το 1

δ) Να συγκρίνεις τις τιμές των παραστάσεων $\frac{300}{A}$ και $640 \cdot A$

6. Ο Γιώργος αγόρασε ένα μπουφάν αξίας 60 € με έκπτωση 40 % και ένα παντελόνι αξίας 30 € με έκπτωση 20 %

α) Πόσο αγόρασε το μπουφάν ;

β) Πόσο αγόρασε το παντελόνι ;

γ) Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό έκπτωσης % που του έγινε και για τα δύο είδη ;

7. Σ' ένα Γυμνάσιο , η Α' Γυμνασίου έχει 60 μαθητές που αποτελούν το $\frac{1}{4}$ όλων των μαθητών του σχολείου.

α) Πόσους μαθητές έχει όλο το σχολείο ;

Η Β' Γυμνασίου έχει 20 μαθητές περισσότερους απ' ότι η Α' Γυμνασίου.

β) Τι μέρος των μαθητών του σχολείου αποτελούν οι μαθητές της Β' Γυμνασίου ;

γ) Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών της Γ' Γυμνασίου είναι κορίτσια.

Πόσα αγόρια έχει η Γ' Γυμνασίου;

δ) Στο πρώτο τετράμηνο, το 40% των μαθητών της Α' τάξης , το 30% των μαθητών της Β' τάξης και το 24% των μαθητών της Γ' τάξης είχε στα Μαθηματικά βαθμό μεγαλύτερο από 15 . Βρες το ποσοστό % των μαθητών του Γυμνασίου που στο πρώτο τετράμηνο είχε στα Μαθηματικά βαθμό μεγαλύτερο από 15 .

8. Στο διπλανό πίνακα φαίνεται πόσοι

τουρίστες επισκέφτηκαν μια χώρα

τα έτη 2016 , 2017 και 2018.

| ΕΤΟΣ | ΤΟΥΡΙΣΤΕΣ |
|------|-----------|
| 2016 | 2.500.000 |
| 2017 | 2.000.000 |
| 2018 | 2.800.000 |

α) Να βρεις το ποσοστό % , της μεταβολής της τουριστικής κίνησης του έτους 2017 από αυτήν του 2016.

β) Να βρεις το ποσοστό % , της μεταβολής της τουριστικής κίνησης του έτους 2018 από αυτήν του 2017.

γ) Το έτος 2019 η τουριστική κίνηση αυξήθηκε κατά 5% από αυτήν του 2018. Πόσοι τουρίστες επισκέφτηκαν τη χώρα αυτή το 2019 ;

9. Ένας έμπορος θέλει οπωσδήποτε να πουλήσει στις εκπτώσεις ένα κουστούμι που η αρχική τιμή του ήταν 450 ευρώ . Στην αρχή κάνει έκπτωση 15% και μετά από μερικές ημέρες κάνει και επιπλέον έκπτωση 8% πάνω στη νέα τιμή. Επειδή το κουστούμι δεν πουλιόταν μείωσε και τη νέα τιμή κατά 20 ευρώ , οπότε και το πούλησε. Να βρεις:

α) Σε ποια τιμή πούλησε το κουστούμι ;

β) Ποιο ήταν το ποσοστό της συνολικής έκπτωσης πάνω στην αρχική τιμή των 450 ευρώ ;

10. Ένα αυτοκίνητο κοστίζει , τοις μετρητοίς , 20000 € . Κάποιος το αγόρασε με 25 %

προκαταβολή και το υπόλοιπο , σε 3 μηνιαίες δόσεις με τόκο 1 % τον μήνα . Να υπολογίσεις :

α) Πόσα χρήματα έδωσε ως προκαταβολή

β) Το ποσό της κάθε δόσης και το συνολικό ποσό της επιβάρυνσης από τους τόκους που θα πληρώσει .

γ) Το ποσοστό της επιβάρυνσης αυτής , επί της αρχικής αξίας του αυτοκινήτου.

11. Η τιμή ενός προϊόντος που κόστιζε 400 € αυξήθηκε κατά 15 % .

Μετά την πρώτη αύξηση πήρε και δεύτερη αύξηση 10 % επί της νέας τιμής .

α) Ποια είναι η τιμή του προϊόντος μετά την πρώτη αύξηση ;

β) Ποια η τελική τιμή μετά τις δύο αυξήσεις ;

γ) Ποιο είναι το ποσοστό % της αύξησης επί της αρχικής αξίας του προϊόντος ;

12. Ένας έμπορος αγόρασε 500 ηλεκτρονικούς υπολογιστές (ίσης αξίας) πληρώνοντας

320.000 € . Πούλησε τους 310 με κέρδος 20 % και τους υπόλοιπους με κέρδος 15 % .

α) Πόσα χρήματα κέρδισε συνολικά;

β) Πόσο τοις εκατό είναι το κέρδος του από την πώληση όλων των υπολογιστών;

13. Δίνονται οι παραστάσεις

$$\alpha = 39 : 3 - 3 \cdot (3^2 - 2^3)^{10} + 68 \quad \beta = 687 + 2 : \left(\frac{5}{2} : 3 - \frac{1}{2} \right) \quad \gamma = -1005 : (-5) - 4 \cdot [2 \cdot (-2 - 3) + 3]$$

α) Να κάνεις τις πράξεις και να αποδείξεις ότι $\alpha = 78$, $\beta = 693$ και $\gamma = 229$

β) Υπολόγισε την τιμή της παράστασης $\alpha \cdot 2016 + \beta \cdot 2016 + \gamma \cdot 2016$ με τις λιγότερες δυνατές πράξ

14. Αν οι αριθμοί α , β είναι αντίθετοι και οι αριθμοί x , γ είναι αντίστροφοι

α) Να δικαιολογήσεις , γιατί η τιμή της παράστασης $K = 2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta + 10 \cdot x \cdot \gamma$ είναι ίση με 10

β) Να υπολογίσεις την τιμή των παραστάσεων

$$A = \alpha - (-\beta + 25) + 10 \quad \text{και} \quad B = -x \cdot (\gamma - 3) + (17 - 3x)$$

15. Αν $\alpha = -2$, $\beta = -3$ και $\gamma = -1$, να υπολογίσεις την τιμή των παραστάσεων :

$$A = 3\alpha - 2\beta + 5\gamma \quad , \quad B = \gamma - \alpha\beta\gamma + 2\beta \quad \Gamma = -\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{-\gamma} - \frac{\alpha}{\beta - \gamma}$$

και να τοποθετήσεις τις τιμές που θα βρεις σε αύξουσα σειρά .

16. Αν $x = -\frac{2}{3}$, $\gamma = -4$, $z = \frac{3}{2}$ και $\omega = -0,5$

να υπολογίσεις την τιμή των παραστάσεων $A = x\gamma z\omega$, $B = x\gamma + \gamma : z$, $\Gamma = z - x + 8\omega$

και να τοποθετήσεις τις τιμές που θα βρεις σε φθίνουσα σειρά .

17. Αν $x = 1$, $\gamma = -2$, $z = 0,5$ και $\omega = -3$ να υπολογίσεις την τιμή των παραστάσεων

$$A = x\gamma z \quad , \quad B = \gamma x\omega \quad , \quad \Gamma = xA - B \quad , \quad \Delta = AB + \Gamma$$

και να τοποθετήσεις τις τιμές που θα βρεις σε αύξουσα σειρά .

18. Αν $\alpha = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot 11$, $\beta = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} : 3$ και $\gamma = \frac{-4 \cdot (-2) \cdot (-9)}{-1 - 23}$

α) Να αποδείξεις ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι

β) Να αποδείξεις ότι οι αριθμοί α και γ είναι αντίθετοι

γ) Να συγκρίνεις τους αριθμούς $12\beta + \frac{\alpha}{2}$ και $\gamma + 2\beta - 7$

Β' ΜΕΡΟΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

19. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ οι γωνίες \hat{A} και \hat{B} είναι συμπληρωματικές .

α) Τι είδους είναι το τρίγωνο $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του ; Να αιτιολογήσεις την απάντηση.

β) Αν η \hat{A} είναι τετραπλάσια της \hat{B} να υπολογίσεις τις γωνίες \hat{A} και \hat{B} .

γ) Να αποδείξεις ότι η παραπληρωματική της γωνίας \hat{A} είναι μεγαλύτερη της ορθής κατά 18°

20. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία \hat{A} είναι διπλάσια της \hat{B} και η \hat{B} τριπλάσια της $\hat{\Gamma}$.

α) Να υπολογίσεις τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Να αποδείξεις ότι αν προσθέσουμε τη συμπληρωματική της $\hat{\Gamma}$, τη συμπληρωματική της \hat{B} και την παραπληρωματική της \hat{A} θα πάρουμε μια ευθεία γωνία.

21. α) Σχεδίασε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 4 \text{ cm}$, έναν κύκλο με διάμετρο το AB

και μια χορδή $\Gamma\Delta$ του κύκλου .

β) Να χαράξεις τις εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία A και B .

Να δικαιολογήσεις , γιατί οι εφαπτόμενες αυτές είναι ευθείες παράλληλες

γ) Να κατασκευάσεις τη μεσοκάθετο της χορδής $\Gamma\Delta$ και να δικαιολογήσεις ,

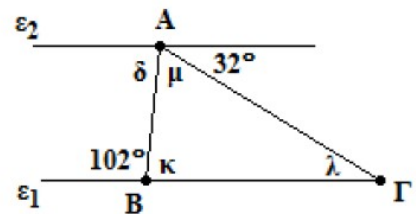
γιατί το κέντρο του κύκλου είναι σημείο της μεσοκαθέτου.

δ) Μία ευθεία απέχει από το κέντρο του κύκλου απόσταση μεγαλύτερη από την ακτίνα του κύκλου.

Ποια είναι η θέση της ευθείας αυτής ως προς τον κύκλο ;

22. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες .

Να υπολογίσεις τις γωνίες κ , λ , μ και δ



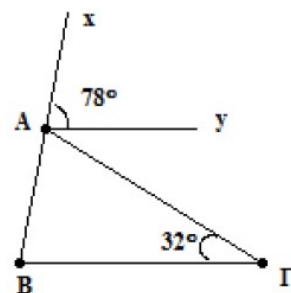
23. Στο διπλανό σχήμα η Ax είναι προέκταση της BA και

η Ay είναι παράλληλη προς τη $B\Gamma$.

α) Να υπολογίσεις τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$

β) Να δικαιολογήσεις , γιατί η Ay δεν είναι διχοτόμος της

γωνίας \widehat{xAG}



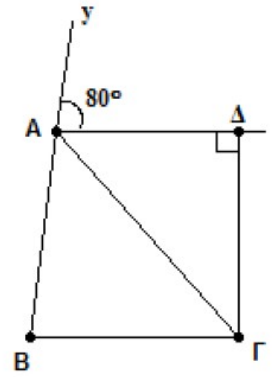
24. Στο διπλανό σχήμα η Αγ είναι προέκταση της ΒΑ ,

η ΑΔ είναι παράλληλη προς τη ΒΓ , $\widehat{yA\Delta} = 80^\circ$ και $\widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ$

α) Να υπολογίσεις τις γωνίες \widehat{B} και $\widehat{B\Gamma\Delta}$

β) Αν επιπλέον ισχύει $AB = B\Gamma$, να υπολογίσεις τις γωνίες

του τριγώνου ΑΓΔ



25. Στο διπλανό σχήμα είναι $\widehat{BA\Delta} = \widehat{\Gamma\Delta A} = 90^\circ$

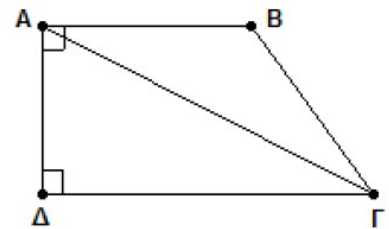
α) Να δικαιολογήσεις , γιατί $AB \parallel \Gamma\Delta$

β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι $\widehat{BA\Gamma} = 27^\circ$ και $AB = B\Gamma$

β1) να υπολογίσεις τη γωνία \widehat{B}

β2) να υπολογίσεις τις γωνίες του τριγώνου ΑΓΔ

β3) Τι είναι η ΑΓ για τη γωνία $\widehat{B\Gamma\Delta}$;



26. Στο διπλανό σχήμα είναι $AD \parallel B\Gamma$, $\Gamma = 62^\circ$

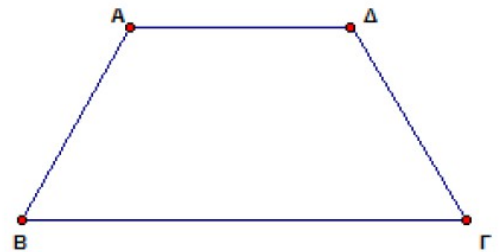
και η γωνία \widehat{A} είναι διπλάσια της \widehat{B}

α) Να υπολογίσεις τις γωνίες \widehat{A} , \widehat{B} και $\widehat{\Delta}$.

β) Αν επιπλέον η διαγώνιος ΑΓ διχοτομεί τη γωνία $\Gamma = 62^\circ$

β1) Να δικαιολογήσεις , γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές

β2) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του ;



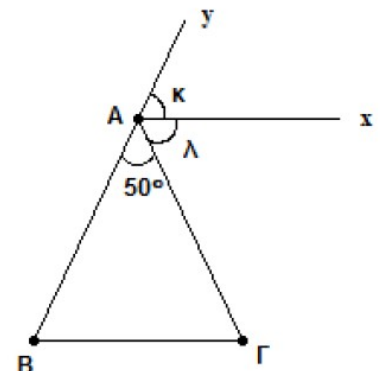
27. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι

ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ και $\widehat{A} = 50^\circ$

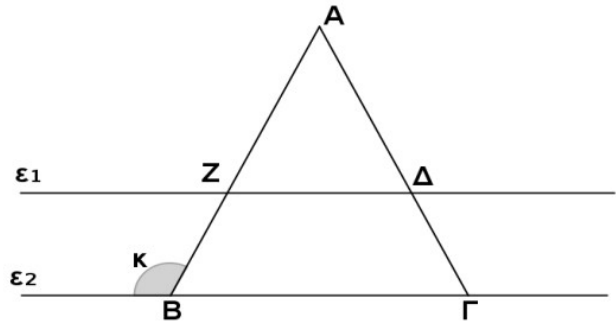
α) Να υπολογίσεις τις γωνίες Β και Γ του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ

β) Η Αγ είναι προέκταση της ΒΑ και η Αx είναι παράλληλη προς τη ΒΓ . Να υπολογίσεις τις γωνίες κ και λ

γ) Τι είναι η Αx για τη γωνία $\widehat{yA\Gamma}$; Να αιτιολογήσεις την απάντηση.



28. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ και η γωνία κ έχει μέτρο 116° .

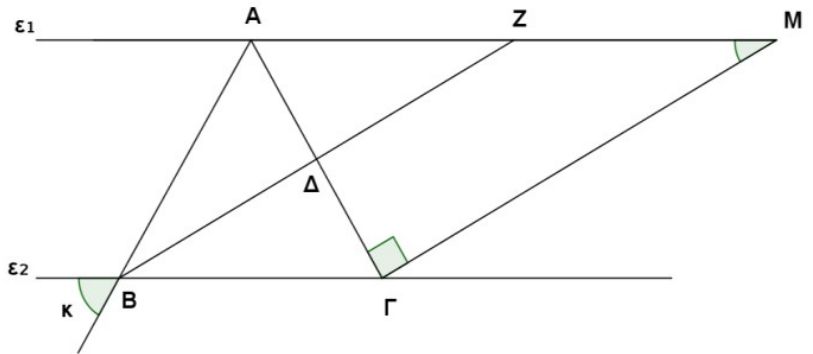


- α) Υπολόγισε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$
- β) Υπολόγισε τις γωνίες του τριγώνου $A\Delta Z$

γ) Τι είδους τρίγωνο είναι το $A\Delta Z$ ως προς τις πλευρές του ;

29. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες, η γωνία κ έχει μέτρο 60° και το τρίγωνο $AM\Gamma$ είναι ορθογώνιο με

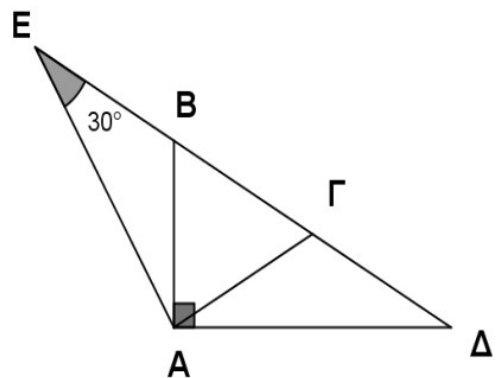
$$\widehat{A\Gamma M} = 90^\circ \text{ και } \widehat{M} = 30^\circ$$



- α) Υπολόγισε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
- β) Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του ;
- γ) Αν η $B\Delta Z$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{AB\Gamma}$ να δικαιολογήσεις, γιατί το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου ABZ .

30. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο και οι γωνίες $\widehat{BA\Delta}$ και $\widehat{AE\Delta}$ έχουν μέτρο 90° και 30° αντίστοιχα.

- α) Να υπολογίσεις τις γωνίες του τριγώνου $A\Gamma\Delta$.
Τι είδους τρίγωνο είναι το $A\Gamma\Delta$ ως προς τις πλευρές του ;
- β) Να εξετάσεις αν $AE = A\Delta$
- γ) Τι είδους τρίγωνο είναι το $AE\Gamma$ ως προς τις γωνίες του ;
Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις



Επιμέλεια : Μιχάλης Χατζάκης (Μαθηματικός)