

ΑΛΓΕΒΡΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ : ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΟΜΑΔΑ Α

A1) Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ είναι δευτέρου βαθμού :

A. για όλες τις τιμές των a, b, c B. μόνο όταν $a = 0$ Γ. μόνο όταν $a \neq 0$

A2) Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$

τότε να αντιστοιχίσετε σε κάθε περίπτωση της στήλης (A) το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη (B).

Στήλη A	Στήλη B
α. $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση
β. $\Delta = 0$	2. Η εξίσωση δεν έχει λύση
γ. $\Delta \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις
δ. $\Delta < 0$	4. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση .

α.	β.	γ.	δ.

A3) Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση της στήλης (A) το πλήθος των λύσεων της από τη στήλη (B).

Στήλη A	Στήλη B
α. $x^2 + 10x + 6 = 0$	1. Η εξίσωση δεν έχει λύση
β. $4x^2 - 4x + 1 = 0$	2. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις
γ. $x^2 + x + 10 = 0$	3. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση

α.	β.	γ.

A4) Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση της στήλης (A) το πλήθος των λύσεων της από τη στήλη (B).

Στήλη A	Στήλη B
α. $x+3=0$	1. Η εξίσωση είναι αδύνατη
β. $x^2+3=0$	2. Η εξίσωση έχει δύο λύσεις
γ. $x^2-3=0$	3. Η εξίσωση έχει μία λύση
δ. $3x=0$	4. Η εξίσωση έχει τρεις λύσεις
ε. $0x=0$	5. Η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις
στ. $0x=3$	
ζ. $x(x^2-3)=0$	

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.

A5) Η παράσταση : $\frac{1}{x} - \frac{x-5}{x^2-4}$ ορίζεται αν :

- A. $x \neq 0$ και $x \neq 5$ B. $x \neq 0$ και $x \neq 2$ και $x \neq -2$ Γ. $x \neq 0$ και $x \neq 2$

A6) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος.

α) Αν ρ_1 και ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$

τότε το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο

$$ax^2 + bx + \gamma = a(x + \rho_1)(x + \rho_2) \quad \Sigma \quad \Lambda$$

β) Η εξίσωση $(3x - 1)^2 = 9x(x + 1)$ είναι 2ου βαθμού. Σ Λ

γ) Για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό a ισχύει $a^2 > 0$ Σ Λ

δ) Για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό a ισχύει $a^2 + 1 > 0$ Σ Λ

ε) Αν $\alpha\beta = 0$, τότε υποχρεωτικά $\beta = 0$ Σ Λ

στ) Αν $(\alpha^2 + 1)\beta = 0$, τότε υποχρεωτικά $\beta = 0$ Σ Λ

ζ) Αν $x(x-3) \neq 0$, τότε $x \neq 0$ ή $x \neq 3$ Σ Λ

η) Αν $\alpha(\beta-1) = \gamma(\beta-1)$, τότε υποχρεωτικά $\alpha = \gamma$ Σ Λ

θ) Αν $\alpha(\beta^4 + 2) = \gamma(\beta^4 + 2)$, τότε υποχρεωτικά $\alpha = \gamma$ Σ Λ

ι) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει $\frac{x(x-1)}{x-1} = x$ Σ Λ

A7) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος.

- α) Αν $\alpha > \beta$ και γ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, τότε $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$ Σ Λ
- β) Αν $\alpha > \beta$ και γ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, τότε $\alpha - \gamma > \beta - \gamma$ Σ Λ
- γ) Αν $\alpha > \beta$ και γ οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$ Σ Λ
- δ) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$, τότε $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$ Σ Λ
- ε) Αν $\alpha\gamma < \beta\gamma$ και $\gamma < 0$, τότε $\alpha > \beta$ Σ Λ
- στ) Αν $\alpha < 0 < \beta$, τότε το γινόμενο $\alpha\beta(\beta - \alpha)$ είναι θετικό Σ Λ
- ζ) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε $\alpha - \gamma > \beta - \delta$ Σ Λ
- η) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε $\alpha + \gamma > \beta + \delta$ Σ Λ
- θ) Αν $\alpha > \beta > 0$ και $\gamma > \delta > 0$, τότε $\alpha\gamma > \beta\delta$ Σ Λ
- ι) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta$, τότε $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\delta}$ Σ Λ

A8) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος.

- α) Αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha + 3 > 0$ Σ Λ
- β) Αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha - 4 < 0$ Σ Λ
- γ) Αν $\beta < 0$, τότε $\beta + 5 > 0$ Σ Λ
- δ) Αν $\beta < 0$, τότε $\beta - 3 < 0$ Σ Λ
- ε) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\alpha + \beta > 0$ Σ Λ
- στ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\alpha - \beta > 0$ Σ Λ
- ζ) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\alpha\beta(\alpha - \beta) < 0$ Σ Λ
- η) Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, τότε $\frac{\alpha + 2}{-2\beta} > 0$ Σ Λ

- A9)** Να λυθούν οι εξισώσεις :
- α) $x - 2(3x - 1) = 0$ β) $(x - 2) - (3x - 1) = 0$
- γ) $(x - 2)(3x - 1) = 0$ δ) $(x - 2)(3x - 1) = 22$

- A10)** Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $x^2 = 9$ β) $x^2 = -9$
 γ) $x^2 - 3x = 0$ δ) $x^2 - 3x = 4$ ε) $(x + 1)^2 = 2x - 15$ στ) $y(y - 3) = 4y$
 ζ) $(2\omega - 3)^2 - (\omega - 2)^2 = 2\omega^2 - 11$ η) $\frac{(\alpha - 3)^2}{8} = 2$
- A11)** Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $x^2(x - 5) - 4x(x - 5) + 4x - 20 = 0$
 β) $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$ γ) $(2 - x)^3 = 1 - x^3 - 3(2 - 5x) - 9$
- A12)** Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων : $-3x + 4 > x - 4$ και $2x - 3 \leq \frac{3x - 1}{2} - 5$
- A13)** Αν $2 < x < 7$ και $-8 < y < 4$
 να βρείτε τους αριθμούς μεταξύ των οποίων
 περιέχεται η τιμή της παράστασης : $2x - 3y - 12$
- A14)** Αν $\alpha > 1 > \beta$, να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta > 1 + \alpha\beta$
- A15)** Να αποδείξετε ότι $(x + \alpha)^2 + (y + \beta)^2 \geq 4(\alpha x + \beta y)$. Πότε ισχύει η ισότητα;

ΟΜΑΔΑ Β

- B1)** Να λύσετε την εξίσωση $4x^2 + ax + 9 = 0$ αν είναι γνωστό ότι μια λύση της είναι το $x = -\frac{1}{2}$
- B2)** Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - (1 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$
- B3)** Δίνεται η παράσταση $A = \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^2 - x - 6}$
- α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο : $x^2 - x - 6$
- β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A και στη συνέχεια
 να αποδείξετε ότι αν $-2 < x < 0$, τότε η παράσταση A είναι θετικός αριθμός .
- B4)** α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση : $A = x^2 + 2x - \chi\psi - 2\psi$
- β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο : $B = x^2 - x - 6$
- γ) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι , αν $\psi > x > 3$,
 τότε το κλάσμα $\frac{A}{B}$ είναι αρνητικός αριθμός .

B5) Δίνεται το κλάσμα : $A = \frac{x^3 - x + 4x^2 - 4}{x^2 + 5x + 4}$

α) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 5x + 4 = 0$

β) Για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα A ;

γ) Να απλοποιήσετε το κλάσμα A και στη συνέχεια να βρείτε ,αν υπάρχει , την τιμή του x για την οποία είναι γ1) $A = 2$ γ2) $A = -2$

B6) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση $x^2 + 4\lambda x - 1 = 0$ έχει δύο άνισες λύσεις.

B7) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + x - 1 + 3\lambda = 0$ (1)

Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση (1)

α) έχει δύο άνισες λύσεις. β) έχει μία διπλή λύση

γ) δεν έχει λύση δ) έχει μία τουλάχιστον λύση

B8) Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $x^2 + (3\lambda - 1)x + 1 = 0$ έχει μία διπλή λύση.

B9) Αν για τις πλευρές α , β και γ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει

$2\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha(\beta + \gamma)$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

B10) Αν $\alpha < \beta$ να αποδείξετε ότι $\frac{3\alpha - \beta}{2} < \alpha < \frac{\alpha + \beta}{2}$

Επιμέλεια : Μιχάλης Χατζάκης